

Οι ασκήσεις αυτές είναι για να λυθούν από εσάς. Αν έχετε πρόβλημα να λύσετε κάποια άσκηση ζητήστε βοήθεια στο Forum του μαθήματος. Οι λύσεις θα δημοσιεύονται 1-2 βδομάδες μετά από την ανάρτηση του κάθε Φυλλαδίου ασκήσεων.

1. Ισχύει

$$\int_{100}^{\infty} \frac{1}{x \ln^2 x} dx < \infty;$$

2. Ισχύει

$$\int_{100}^{\infty} \frac{1}{x \ln x \ln(\ln x)} dx < \infty;$$

3. Ισχύει

$$\int_1^{\infty} \frac{\cos^2 x}{x} dx < \infty;$$

4. Ας είναι  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  παραγωγίσιμη παντού και με  $f'$  συνεχή. Δείξτε ότι για κάθε  $a < b$  ισχύει

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} \int_a^b f(x) \cos \lambda x dx = 0.$$

5. Δείξτε ότι το ολοκλήρωμα

$$\int_1^{\infty} \sin(x^3) dx$$

συγκλίνει σε πραγματικό αριθμό.



Ξεκινήστε με την αλλαγή μεταβλητής  $y = x^3$ .