

Οι ασκήσεις αυτές είναι για να λυθούν από εσάς. Αν έχετε πρόβλημα να λύσετε κάποια άσκηση ζητήστε βοήθεια στο Forum του μαθήματος. Οι λύσεις θα δημοσιεύονται 1-2 βδομάδες μετά από την ανάρτηση του κάθε Φυλλαδίου ασκήσεων.

1. (a) Για $x \geq 0$ δείξτε την ανισότητα (χρήσιμη όταν $x < 1$)

$$1 - \frac{x^2}{2} \leq \cos x.$$

- (b) Δείξτε επίσης την ανισότητα, για $x \geq 0$,

$$\cos x \leq 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4!}.$$

- (c) Χρησιμοποιήστε αυτές τις δύο ανισότητες για να υπολογίσετε το $\cos(0.2)$ με ακρίβεια 10^{-4} .

2. Αποδείξτε ότι για $x > 0$ και για κάθε φυσικό αριθμό n ισχύει

$$e^x \geq 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!}.$$

3. Ένα ανοιχτό χαρτοκιβώτιο έχει τετράγωνη βάση πλευράς x και ύψος y . Από όλα τα χαρτοκιβώτια με σταθερή συνολική επιφάνεια (5 έδρες) ποιο έχει το μέγιστο εμβαδό;



4. Βρείτε το σημείο της καμπύλης $y = x^2/2$ που είναι πλησιέστερα στο σημείο $(6, 0)$.

5. Αν $w_1, w_2, \dots, w_n \geq 0$ και $w_1 + \dots + w_n = 1$ δείξτε την ανισότητα, γενίκευση της ανισότητας Αριθμητικού-Γεωμετρικού μέσου,

$$a_1^{w_1} a_2^{w_2} \dots a_n^{w_n} \leq w_1 a_1 + \dots + w_n a_n,$$

για οποιουσδήποτε αριθμούς $a_1, \dots, a_n > 0$.

6. Από τους κώνους που είναι εγγεγραμμένοι σε σφαίρα ακτίνας 3 ποιος έχει το μέγιστο όγκο;

